

ЗАДАЧА СЕПАРАБЕЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Кабаева И.И.

Кабаева Ирина Игоревна – студент,
кафедра информатики и методики преподавания математики, физико-математический факультет,
Воронежский государственный педагогический университет, г. Воронеж

Аннотация: в статье описывается задача нелинейного программирования, в которой содержится сепарабельная функция. Сепарабельная функция имеет возможность разделения влияния аргументов на общий результат.

Ключевые слова: сепарабельная функция, сепарабельное программирование.

Функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называется **сепарабельной** (разделимой), если она представляется в виде суммы n функций одной переменной $f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n)$ $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n)$ [2].

К примеру, линейная функция $h(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$

(Здесь $a_i, i=1, 2, \dots, n$ – константы) является сепарабельной. Функция же $h(x_1, x_2, x_3) = x^2 + x_1 \sin(x_2 + x_3) + x_2 e^{x_1}$ таковой не является [1].

Существуют методы приближенного решения задачи сепарабельного программирования, основанные на линейной аппроксимации функций и на симплекс-методе линейного программирования [1].

Функцию одной переменной можно аппроксимировать кусочно-линейной функцией с помощью методов частично-целочисленного программирования [1].

Любая задача сепарабельного программирования может быть решена методами частично-целочисленного программирования. Для решения аппроксимирующей задачи можно использовать обычный симплекс-метод, дополненный правилом ограниченного ввода в базис.

Пример: максимизировать:

$$Z = x_1 - x_2$$

При ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 243 \\ x_1 + 2x_2 \leq 32 \\ x_1 \geq 2,1 \\ x_2 \geq 3,5 \end{cases}$$

Точное решение этой задачи находится проверкой:

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 2,12$$

$$Z = 20,25$$

Чтобы продемонстрировать использование метода аппроксимации, рассматриваются отдельные функции:

$$F_1(x_1) = x_1$$

$$F_2(x_2) = x_2^3$$

$$G_1(x_1) = 3x_1$$

$$G_2(x_2) = 2x_2^2$$

Функции остаются в исходном виде, поскольку они уже являются линейными. В этом случае x рассматривается как одна переменная. Для функций предполагается, что количество точек разбиения равно 4. Так как значение x_2 не может превышать 3, отсюда следуют данные, приведенные ниже:

Таблица 1. Данные

k	A_2^k	$F_2(a_2^k)$	$G_2(a_2^k)$
1	0	0	0
2	1	1	2
3	2	16	8
4	3	81	18

Получается:

$$F_2(x_2) = t^1 f_2(a_2^2) + t^2 f_2(a_2^3) + t^3 f_2(a_2^4) = 0x_1^2 + 1x_1t^2 + 16x_1t^3 + 81x_1t^4 = t^3 + 16t^2 + 81t$$

Следовательно, аппроксимирующая задача принимает вид:

$$Z = x_1 + t^2 + 16t^3 + 81t^4$$

При ограничениях:

$$3x_1 + 2t^2 + 8t^3 + 18t^4 \leq 9$$

$$T_2^1 + t_2^2 + t_2^3 + t_2^4 = 1$$

$$T_1^k \geq 0, k=1, 2, 3, 4$$

Список литературы

1. *Акулич И.Л.* математическое программирование в примерах и задачах: Учебное пособие для студентов экономических специальностей. М.: Высш. шк., 1986. 319 с. ил.
2. *Хемди А. Таха.* Введение в исследование операций, 7-е издание. Пер. с англ. М: Издательский дом «Вильямс», 2005. 912 с.: ил.