

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕШЕНИЙ

Кабардов А.С.<sup>1</sup>, Ниязов И.А.<sup>2</sup>, Жабелов С.Т.<sup>3</sup>, Кардангушев И.З.<sup>4</sup>, Хоконов И.М.<sup>5</sup>,  
Ворокова Ф.А.<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Кабардов Аслан Сосрукович – студент;

<sup>2</sup>Ниязов Ильяс Алиевич – студент;

<sup>3</sup>Жабелов Самат Тахирович – студент,

кафедра информатики и технологии программирования;

<sup>4</sup>Кардангушев Ислам Заурбекович – студент,

кафедра информационной безопасности;

<sup>5</sup>Хоконов Ислам Мухамедович – студент,

кафедра информатики и технологии программирования,

Институт информатики, электроники и компьютерных технологий;

<sup>6</sup>Ворокова Фатимат Аслановна – студент,

кафедра начального и дошкольного образования,

Институт педагогики, психологии, и физкультурно-образовательного образования

Кабардино-Балкарский государственный университет,

г. Нальчик

**Аннотация:** *главная цель теории решений — та же, что и в математическом программировании: оптимизировать целевую функцию. Однако в этом случае значение целевой функции оказывается неопределенным, поэтому максимизируется (минимизируется) скорее статистическое ожидание целевой функции, чем сама функция.*

**Ключевые слова:** *теория; решения; статистика.*

Мы постоянно должны принимать какие-то решения с неопределенным исходом. Брать ли с собой сегодня зонтик? Идти ли к зубному врачу или подождать, может быть боль пройдет сама? Для анализа таких ситуаций существует статистическая теория решений — сравнительно молодая ветвь теории вероятностей; при этом результатам различных возможных способов действия и вероятностям появления различных неопределенных событий должны быть приписаны численные меры. Границы применимости статистической теории решений — дело спорное и, по-видимому, останется таковым [1].

Главная цель этой теории — та же, что и в математическом программировании: оптимизировать целевую функцию. Однако в этом случае значение целевой функции оказывается неопределенным, поэтому максимизируется (минимизируется) скорее статистическое ожидание целевой функции, чем сама функция.

Теория решений все шире применяется в промышленности и коммерции, главным образом при анализе ситуаций, которые можно оценить в денежном отношении (например, в торговле, планировании капиталовложений, добыче нефти, разведке руд).

В настоящее время область применения теории простирается и на другие сферы деятельности, например на фармацевтические испытания и отбор, где целевая функция уже может быть не прибылью или стоимостью, а вероятностью обнаружить новое эффективное соединение, когда имеющиеся для поиска источники составляющих ограничены [2].

Рассмотрим сначала простой пример, взятый из статьи В.Р. Welford «Statistical Decision Theory». Предположим, что я еду в машине на встречу, которая, как предполагается, продлится около 2 часов. Мне нужно решить, ставить ли машину у счетчика на улице или на ближайшей автостоянке. Предположим, я оцениваю вероятность того, что встреча продлится менее 2 часов, в 80%. Тогда, поставив машину у счетчика, я с вероятностью 80% заплачу 20 пенсов и с вероятностью 20% — 520 пенсов. Если же я ставлю машину на стоянку, то в любом случае я плачу 70 пенсов. Как решить, что нужно делать? Теория советует поступить следующим образом: подсчитать ожидаемые расходы в обоих случаях и выбрать тот, где расход меньше. Если я ставлю машину у счетчика, ожидаемый расход составляет  $20 \text{ пенсов} \times 0,8 + 520 \text{ пенсов} \times 0,2 = 120 \text{ пенсов}$ . Если я ставлю машину на стоянку, расходы равны просто плате за стоянку, т.е. 70 пенсов. Поэтому мне следует воспользоваться автостоянкой. Более того, легко заметить, что машину выгоднее ставить у счетчика в том и только в том случае, когда вероятность того, что встреча продлится менее 2 часов, оценивается не менее чем в 90% [3].

При другом, более субъективном подходе вероятность рассматривается как мера «степени доверия», которая изображается обычно на отрезке от 0 (невозможность) до 1 (достоверность). Таким образом, когда мы «оцениваем вероятность того, что встреча продлится не более 2 часов, в 80%», мы делаем утверждение о «степени доверия». Если бы мы держали с кем-либо пари, мы бы поставили 4 против 1 на определенный исход, но с более неравными шансами, мы бы его не приняли. Эти два определения тесно связаны, ибо обычно степень нашего доверия основана на нашем знании того, что случилось в прошлом.

Задача лица, принимающего решение,— выбрать какой-то один пункт из первого списка, не зная, какое событие во втором списке истинно (т.е. произойдет). Предположим, что выбрано конкретное решение А а истинным оказывается случай В. Эта ситуация приводит к определенным следствиям. Чтобы воспользоваться статистической теорией решений, необходимо каждому возможному следствию (всего их  $n \times m$ ) приписать численную меру. Во многих случаях непосредственным следствием оказывается прямая денежная прибыль или потеря. Но так бывает не всегда, поэтому мы воспользуемся более общим названием и назовем эту численную меру следствия, вне зависимости от того, может она быть выражена в денежном отношении или нет, полезностью. Сама таблица решений состоит из  $n \times m$  членов полезности, и мы будем обозначать полезность выбора решения  $d_i$  при осуществлении события  $e_j$  через  $u_{ij}$ . Следует помнить, что полезность — это численная мера притягательности следствия. Если вместо прибыли рассматриваются убытки,  $U_{ij}$  можно считать «отрицательной полезностью» [4].

Из сказанного ясно, что метод должен заключаться в следующем.

1. Вычислить для каждого из  $m$  возможных решений «ожидаемую полезность»  $u_i$  ( $i= 1, 2, \dots, m$ ). Последняя определяется как взвешенная полезность, т. е. как сумма произведений полезности исхода решения на соответствующую этому исходу вероятность.

2. Выбрать из множества  $u_i$  наибольшее. Соответствующее ему решение будет в рамках этой теории «наилучшим» (Если мы имеем дело с отрицательными полезностями, следует выбирать наименьшее  $u_i$ ).

В примере со стоянкой автомобиля отрицательные полезности, это попросту денежные выплаты, и мы предполагали, что полезность исхода прямо пропорциональна его ожидаемым последствиям в денежном выражении. Можно задаться вопросом: а разумно ли это предположение, соответствует ли оно тому, как большинство из нас фактически ведет себя? На самом ли деле мы выбираем тот способ действий, который приводит к наибольшей ожидаемой прибыли или к наименьшим ожидаемым убыткам? Конечно, многие следствия наших действий непросто выразить в количественном отношении (идти ли нам завтра в театр?), хотя они могут и содержать денежный элемент (цена билета). Для простоты ограничимся случаями, когда следствия можно целиком описать на денежном языке. Вопрос заключается в следующем: каково соотношение между полезностью и деньгами [5]?

Рассмотрим простой, правда, довольно фантастический пример. Предположим, бросают монету и Вам предлагают сделать выбор между двумя альтернативами А и В. В случае А, если выпадает герб, Вы получаете 100 фунтов стерлингов, если выпадает цифра, Вы платите 10 фунтов. В случае В Вы всегда получаете 40 фунтов (Табл. 1).

Таблица 1. Таблица Решений

Решение	Выплата если монета падает кверху		Ожидание
	Гербом	Цифрой	
А	100 ф. с.	10 ф. с.	45 ф. с.
В	40 ф. с.	40. ф. с.	
Вероятность	1/2	1/2	40 ф. с.

Таблица 1 представляет таблицу решений в данной ситуации. Я подозреваю, что большинство людей выбрали бы случай В, хотя какой-нибудь богач мог бы выбрать и А, ибо там ожидается большая прибыль.

Этот маленький пример наводит на мысль, что полезность (или притягательность) некоторой суммы денег не прямо пропорциональна ее денежному значению, в особенности, если рассматриваются большие суммы!

### Список литературы

1. *Битнер Г.Г.* Теория вероятностей: Учебное пособие / Г.Г. Битнер. Рн/Д: Феникс, 2012. 329 с.
2. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для бакалавров / В.Е. Гмурман. М.: Юрайт, 2013. 479 с.
3. *Горлач Б.А.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / Б.А. Горлач. СПб.: Лань, 2013. 320 с.
4. *Калинина В.Н.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для бакалавров / В.Н. Калинина. М.: Юрайт, 2013. 472 с.
5. *Колемаев В.А.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина. М.: КноРус, 2013. 376 с.