

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Кабардов А.С.¹, Шидугов И.Ж.², Родин А.Н.³, Арчакова З.М.⁴, Костюшина Д.С.⁵,
Иванченко А.Л.⁶

¹Кабардов Аслан Сосрукович – студент,
кафедра информатики и вычислительной техники;

²Шидугов Ислам Жирасланович – студент,
кафедра информационных технологий в управлении техническими системами,
Институт информатики, электроники и компьютерных технологий
Кабардино-Балкарский государственный университет;

³Родин Антон Николаевич – студент,
кафедра технологии продукции и организации общественного питания, торгово-технологический факультет,
Кабардино-Балкарский аграрный университет;

⁴Арчакова Залина Мухтаровна – студент,
кафедра архитектурного проектирования, дизайна и ДПИ,
Институт архитектуры, строительства и дизайна
Кабардино-Балкарский государственный университет,
г. Нальчик;

⁵Костюшина Дарья Сергеевна – студент,
кафедра систем автоматизированного проектирования,
Институт пути строительства сооружений
Российский университет транспорта, г. Москва;

⁶Иванченко Александра Леонидовна – студент,
кафедра технологии продукции и организации общественного питания,
Институт спорта туризма и сервиса
Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

Аннотация: в этой работе мы коснемся частного вида моделирования, называемого иногда численным (или цифровым). Его цель — изучение поведения моделей, в которых изменчивость со временем играет главную роль. Численное моделирование заключается в том, чтобы создать и проследить во времени типичную «историю жизни» системы при заданных условиях. Например, в случае клиентов, нуждающихся в обслуживании, мы должны были бы исследовать шаг за шагом, что происходит с каждым клиентом, по мере того, как он приходит и проходит через различные части системы. Для этого нужно знать правила работы и характеристики системы, нужна численная информация о таких изменяющихся факторах, как время между приходами и продолжительность обслуживания. Влияние изменчивости на систему в целом осуществляется с помощью выборки из подходящих распределений вероятности. Последние могут выводиться по частотным распределениям, наблюдениям за поведением системы в прошлом, задаваться в аналитической форме или состоять из того и другого одновременно. Этот подход «с помощью грубой силы» неизбежно влечет за собой множество вычислений и манипуляций с данными, и здесь мы опять сталкиваемся с тем случаем, когда применение ЭВМ необходимо для эффективной эксплуатации метода.

Ключевые слова: математика, теория очередей, программирование.

Численное моделирование

Мы уже отмечали в своей предыдущей работе, что множество моделей теории очередей, поведение которых можно изучить аналитическими методами, крайне ограничено. Когда математический анализ терпит неудачу, часто с помощью численного эксперимента можно получить достаточно точные для практических целей приближенные решения. Создание и изучение поведения математических моделей, которые в каком-то смысле отражают, или «моделируют», реальные системы, является главным во всех применениях математики [1].

Здесь мы коснемся частного вида моделирования, называемого иногда численным (или цифровым). Его цель — изучение поведения моделей, в которых изменчивость со временем играет главную роль. Численное моделирование заключается в том, чтобы создать и проследить во времени типичную «историю жизни» системы при заданных условиях. Например, в случае клиентов, нуждающихся в обслуживании, мы должны были бы исследовать шаг за шагом, что происходит с каждым клиентом, по мере того как он приходит и проходит через различные части системы. Для этого нужно знать правила работы и характеристики системы, нужна численная информация о таких изменяющихся факторах, как время между приходами и продолжительность обслуживания. Влияние изменчивости на систему в целом осуществляется с помощью выборки из подходящих распределений вероятности. Последние могут выводиться по частотным распределениям, наблюдениям за поведением системы в прошлом, задаваться в аналитической форме или состоять из того и другого одновременно. Этот подход «с помощью грубой силы» неизбежно влечет за собой множество вычислений и манипуляций с данными, и здесь мы опять

сталкиваемся с тем случаем, когда применение ЭВМ необходимо для эффективной эксплуатации метода [2].

Одно из достоинств моделирования в том, что оно дает возможность изучить влияние изменений в системе путем экспериментирования с моделями, а не с самой системой. Это не только приводит к очевидным выгодам с точки зрения расходов или удобства, но во многих случаях является единственным практическим способом действия. Директор магазина не может выбирать план продажи на следующий год путем перебора всех возможностей в этом году. Диспетчер аэропорта не может определить влияние 25%-ного увеличения движения непосредственным экспериментом. Есть масса ситуаций, когда лицо, принимающее решение, должно либо полагаться «на свое предчувствие», либо обращаться за помощью к экспериментам с численным моделированием на основе упрощенных моделей реальных систем. [3]

Мы видим, что цель «случайной» выборки из распределения состоит в том, чтобы образовать типичную последовательность времен, когда происходит некоторое событие. Одним из таких событий может быть приход клиента, другим — окончание его обслуживания. Можно задать взаимодействие между этими двумя последовательностями и на его основе рассчитать время прихода и ухода каждого клиента. Как осуществляется этот процесс выборки? В основном так же, как и при вращении колеса рулетки, когда говорят, что следующий номер выбирается случайно: каждый номер из множества может быть выбран с равной вероятностью. По этой причине методы, разработанные для обеспечения случайного выбора значений из распределения вероятностей, часто называют методами Монте-Карло, хотя отдельные авторы сохраняют этот термин только за некоторыми вариантами метода простой выборки [4].

Результаты, получаемые с помощью любой разновидности метода Монте-Карло, являются не более чем оценками. Они подвержены тому, что называется ошибкой выборки, так же как и результаты опроса общественного мнения. Это означает, что нужно сделать большое число повторных выборок, чтобы получить оценку искомого результата с разумной точностью. В общем, точность оценки пропорциональна квадратному корню из числа повторений. Помехой здесь служит действие закона уменьшающихся прибылей. Чтобы вдвое повысить точность, нужно проделать вчетверо большую работу, а чтобы повысить еще вдвое, — работа должна быть увеличена в шестнадцать раз. Появление компьютеров уменьшило, но не устранило неблагоприятные последствия этого факта. Действительно, масса исследований (с использованием весьма изящной математики) была посвящена улучшению основного метода Монте-Карло с целью повышения точности результатов. Один из таких методов, известный как выборка по важности, состоит в том, что выборка значений проводится в той области распределения, которая представляет наибольшую важность, а не равномерно по всей области. При другом подходе применяются послойные выборки; этот метод хорошо знаком тем, кто имеет дело с опросом общественного мнения или с социальными обследованиями [5].

Чтобы получить нашу выборку значений, совсем не обязательно обращаться к колесу рулетки, гораздо удобнее воспользоваться случайными числами. «Методы Монте-Карло охватывают ту область экспериментальной математики, которая связана с экспериментами над случайными числами» (J.M. Hammersley, D.C. Handscomb). С начала века был опубликован ряд таблиц случайных чисел, и теперь этими таблицами можно пользоваться для составления последовательностей случайных чисел любой нужной длины. Подробное обсуждение того, откуда мы знаем, что данная последовательность цифр действительно образует часть случайной последовательности, увело бы нас слишком далеко. Достаточно сказать, что последовательность считается «достаточно случайной» для использования в экспериментах по выборке, если она прошла установленную статистическую проверку на случайность.

Для тех, кто проводит вычисления на бумаге, были составлены разнообразные таблицы случайных чисел, но для быстродействующих электронных компьютеров лучше иметь собственный генератор случайных чисел. На ЭВМ первого поколения это осуществлялось с помощью какого-либо подходящего физического процесса, вроде того, что генерирует «электрический шум». Такой шум, возникающий вследствие случайных флуктуаций тока, встречается во всех электрических цепях. Против этого метода имеется серьезное практическое возражение: вычисления, проведенные с помощью таких чисел, невозможно повторить, а следовательно, нельзя и проверить. По этой причине теперь в общей практике используются последовательности, которые называются псевдослучайными числами; они генерируются самим компьютером посредством повторимого арифметического процесса.

Мы пользуемся названием «псевдослучайный», а не «случайный», потому что детерминистический (а поэтому и повторимый) арифметический процесс, действующий на конечном множестве чисел, не может породить бесконечно длинную случайную последовательность. В конце концов процесс либо остановится (т.е. приведет к ряду нулей), либо замкнется (т.е. последовательность чисел начнет повторяться). К счастью, оказывается возможным составлять такие последовательности, которые удовлетворяют всем соответствующим критериям случайности. Важно не то, откуда произошли эти числа, а распределены ли они удовлетворительным образом. Вскоре мы вернемся к вопросу о том, как

составляются такие последовательности, а пока предположим, что у нас имеется достаточный запас случайных или псевдослучайных чисел.

Список литературы

1. Исследование операций в экономике / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: Банки и биржи. ЮНИТИ, 1997.
2. *Ивановский В.Б., Чернов В.П.* Теория массового обслуживания. М.: ИНФРА-М, 2000.
3. *Рыжиков Ю.И.* Теория очередей и управление запасами. СПб., 2001.
4. Автоматизированные информационные технологии в экономике. / Под общ. ред. И.Т. Трубилина. М.: Финансы и статистика, 2000.
5. Информатика. Базовый курс. Под ред. С.В. Симоновича. СПб., 2000.