

КОМБИНАТОРИКА

Кабардов А.С.¹, Куржиева Л.Х.², Моллаева С.С.³, Шабатуков И.А.⁴,
Афанасьева Г.А.⁵, Петрашевская А.А.⁶

¹Кабардов Аслан Сосрукович – студент,
кафедра информатики и вычислительной техники,
Институт информатики, электроники и компьютерных технологий;

²Куржиева Лена Хусеновна – студент,
кафедра архитектурного проектирования, дизайна и декоративно-прикладного искусства,
Институт архитектуры, строительства и дизайна;

³Моллаева Саида Сулеймановна – студент,
кафедра неорганической химии,
Институт химии и биологии
Кабардино-Балкарский государственный университет;

⁴Шабатуков Идар Амурович – студент,
кафедра теплоэнергетики и теплотехники, факультет энергообеспечения предприятий,
Кабардино-Балкарский аграрный университет,
г. Нальчик;

⁵Афанасьева Галина Андреевна – студент,
кафедра индустрии гостеприимства, туризма и спорта,
факультет гостинично-ресторанной, туристической и спортивной индустрии,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, г. Москва;

⁶Петрашевская Анастасия Андреевна – студент,
кафедра менеджмента, маркетинга и логистики,
Финансово-экономический институт
Тюменский государственный университет, г. Тюмень

Аннотация: комбинаторный анализ — комбинаторика — как успешно применяемая область чистой математики имеет долгую историю. В последние годы из-за практических применений в операционных исследованиях, статистике и вычислительных методах он приобрел новое значение. Комбинаторика изучает множества отдельных элементов (объектов) и такие операции над элементами этих множеств, как перечисление, упорядочение, сравнение, перестановки и разбиения. Соотношения между элементами могут быть представлены в виде массивов (или матриц) или графически, в виде сетки линий. В самом деле, комбинаторика и теория графов находятся в тесной связи, но мы не будем ее исследовать, поскольку анализ сетей и теория графов выходят за рамки нашей работы.

Применение комбинаторики в операционных исследованиях касается таких вещей, как составление расписаний, определение последовательности промышленных операций, маршрутов транспортных средств и распределение материала. Многие из этих применений порождают задачи о перестановках. Пусть даны N элементов $e_1, e_2, \dots, e_n$; тогда конкретное упорядочение этих элементов можно представить перестановкой $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)$, где p_i обозначает элемент, находящийся на i -м месте в перестановке. С каждой перестановкой P можно связать целевую функцию $F(P)$, которая в каком-то смысле служит мерой «стоимости» перестановки. Цель многих комбинаторных задач — найти среди всех возможных перестановок ту, которая минимизирует $F(P)$.

Ключевые слова: математика; программирование; комбинаторика.

Комбинаторный анализ — комбинаторика — как успешно применяемая область чистой математики имеет долгую историю. В последние годы из-за практических применений в операционных исследованиях, статистике и вычислительных методах он приобрел новое значение. Комбинаторика изучает множества отдельных элементов (объектов) и такие операции над элементами этих множеств, как перечисление, упорядочение, сравнение, перестановки и разбиения. Соотношения между элементами могут быть представлены в виде массивов (или матриц) или графически, в виде сетки линий. В самом деле, комбинаторика и теория графов находятся в тесной связи, но мы не будем ее исследовать, поскольку анализ сетей и теория графов выходят за рамки нашей работы [1].

Применение комбинаторики в операционных исследованиях касается таких вещей, как составление расписаний, определение последовательности промышленных операций, маршрутов транспортных средств и распределение материала. Многие из этих применений порождают задачи о перестановках. Пусть даны N элементов $e_1, e_2, \dots, e_n$; тогда конкретное упорядочение этих элементов можно представить перестановкой $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)$, где p_i обозначает элемент, находящийся на i -м месте в перестановке. С каждой перестановкой P можно связать целевую функцию $F(P)$, которая в каком-то смысле служит мерой «стоимости» перестановки. Цель многих комбинаторных задач — найти среди всех возможных перестановок ту, которая минимизирует $F(P)$ [2].

К задачам подобного рода относится известная задача коммивояжера. Коммивояжеру нужно выбрать маршрут, проходящий через N городов, такой, чтобы общая его длина была минимальной, причем каждый город он должен посетить только один раз и вернуться в исходную точку. Если обозначить города (в произвольном порядке) цифрами $1, 2, \dots, N$, то любой возможный маршрут можно задать перестановкой P целых чисел $1, 2, \dots, N$. Если d_{ij} — расстояние от города i до города j , то нужно найти такой набор N расстояний $d_{pq}, d_{qr}, d_{rs}, \dots, d_{uv}, d_{vp}$ ($p, q, r, \dots, u, v$ некоторая перестановка $1, 2, \dots, N$), чтобы сумма расстояний (которая в данном случае совпадает с целевой функцией) была минимальной. Имеется $N!$ ($N!$ означает произведение N первых целых натуральных чисел) перестановок N первых целых чисел, но так как маршрут замкнут, то любой из N городов можно принять за начальную точку. Поэтому имеется $(N-1)!$ существенно различных маршрутов, среди которых и следует искать решение. Непосредственное перечисление маршрутов даже с помощью ЭВМ вследствие трудоемкости ограничено весьма умеренными значениями N . При некоторых обстоятельствах может оказаться полезным метод динамического программирования, но удовлетворительного метода решения задачи в общем случае до сих пор нет [3].

Последовательность операций

Многие промышленные процессы состоят из ряда операций, выполняемых одна за другой, и эффективность процесса зависит от порядка выполнения операций. Задачи такого рода на составление последовательности распадаются на две большие группы. В первую попадают задачи, где нужно проделать N операций, каждая из которых требует обработки на всех или некоторых из M различных станков. Поэтому теоретически имеется $(N!)^M$ различных последовательностей операций, хотя многие из них могут оказаться технологически недопустимыми; мы должны выбрать «наилучшее» упорядочение. Ко второй группе относят задачи, типичным примером которых служит модель цеха с заданным числом станков и перечнем операций, которые необходимо проделать каждый раз после того, как станок завершит выполняемую операцию; необходимо принять решение, какая из операций должна быть следующей. Перечень операций может меняться в соответствии с получением новой информации. Оба типа задач представляют серьезные трудности для решения. В настоящее время найдены решения лишь для некоторых частных случаев задач первого типа, например, когда имеется всего два станка и все N операций должны выполняться на обоих в одном и том же порядке или когда имеется лишь две операции и каждую следует выполнять на M станках в заранее заданном порядке. Для второго типа задач общей теории, по-видимому, нет, хотя с помощью моделирования можно найти некоторые эмпирические правила [4].

Список литературы

1. Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики. М.: Изд-во МЦНМО, 2004.
2. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970.
3. Райзер Г.Дж. Комбинаторная математика. М.: Мир, 1966.
4. Риордан Дж. Введение в комбинаторный анализ. М.: ИЛ, 1963.
5. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. М.: Наука, 1975.